

Syllabus delle conoscenze richieste TOLC-B **MATEMATICA DI BASE**

Premessa

Il modulo *Matematica di base* intende mettere alla prova la preparazione di base dello studente, richiesta per tutti i corsi di laurea dell'area scientifica, anche quelli che utilizzano relativamente meno la matematica. Lo stesso modulo si trova in entrambi i test TOLC-S e TOLC-B, in quanto esso fornisce indicazioni importanti per tutti i corsi di laurea suddetti. Occorre però avere ben presente che le conoscenze e le competenze matematiche che vengono messe alla prova in questo modulo sono soltanto una parte di quelle che è bene avere all'ingresso di corsi di laurea come quelli in Matematica o in Fisica. Si suggerisce pertanto a chi è interessato a tali corsi di leggere il [Quadro di Riferimento per la Matematica](#) che si trova sul sito del progetto Orientazione e che fornisce un'indicazione più completa della preparazione che può essere utile.

Per rispondere ai quesiti che si trovano in questo modulo occorre comprendere il testo delle domande e delle risposte e ragionare sulle informazioni fornite, utilizzando conoscenze matematiche che sono comprese fra quelle indicate per i primi tre o quattro anni dei curricula di tutte le scuole secondarie di II grado. Le conoscenze specifiche richieste sono raccolte in sei *nuclei tematici*. Le capacità generali di comprensione, rappresentazione, ragionamento, modellizzazione e soluzione di problemi sono descritte in tre ulteriori *nuclei trasversali*. I quesiti sono costruiti in modo che non sia necessaria la calcolatrice, il cui uso non è consentito durante lo svolgimento del test. Si segnala che in un singolo quesito si possono incontrare concetti che sono indicati nel syllabus in più nuclei tematici. I termini e i simboli che vengono utilizzati variano tra quelli di più frequente uso nella scuola e nelle prime lezioni universitarie.

Per ogni nucleo sono descritte abilità e capacità di operare con i concetti che sono utili per rispondere ai quesiti, collegandoli opportunamente tra di loro. Nel [Quadro di Riferimento per la Matematica](#) elaborato dal Progetto Orientazione si può trovare una descrizione più dettagliata degli argomenti e delle abilità indicate nel syllabus, inseriti in una cornice più ampia e corredati da diversi esempi di questioni e di esercizi che possono essere utili agli studenti per valutare ed eventualmente migliorare la propria preparazione. A tali fini può essere utile anche il Quadro di Riferimento per l'area tematica *Ragionamento, Problemi, Comprensione del testo non continuo e misto*.

Numeri

- Operazioni di addizione e moltiplicazione tra numeri interi, frazioni, numeri decimali. Ordinamento. Proprietà delle operazioni e dell'ordinamento. Sottrazione e divisione. Concetto di numero razionale. Rappresentazioni dei numeri su una linea. Numeri reali.
- Divisione con resto tra numeri interi. Divisori e multipli di un numero intero; divisore comune più grande (MCD) e multiplo comune più piccolo (mcm) di due o più numeri interi positivi.
- Elevamento a potenza intera di un numero e proprietà delle potenze. Radice intera positiva di un numero positivo. Potenza con esponente razionale di un numero positivo.
- Stime e approssimazioni. Calcolo e trasformazione di semplici espressioni.

Per rispondere ai quesiti che coinvolgono gli argomenti di questo nucleo occorre operare con i numeri, con sicurezza e flessibilità, utilizzando diverse rappresentazioni dei numeri stessi e scegliendo quelle che sono di volta in volta più comode a seconda dei casi e degli obiettivi. Nel test non è consentito l'uso della calcolatrice, che non è mai necessaria per rispondere ai quesiti; invece è

utile saper fare semplici calcoli a mente, aiutando eventualmente la memoria di lavoro con carta e matita per eseguire algoritmi elementari e per annotare risultati parziali. Tra diverse procedure equivalenti per svolgere i calcoli è importante scegliere quelle più efficienti e più semplici; a questo fine occorre conoscere e coordinare tra loro il significato e le proprietà delle operazioni e dell'ordinamento. La capacità di fare stime, oltre che essere utile di per sé, consente di valutare rapidamente la plausibilità del risultato dei calcoli e quindi fornisce un utile strumento di controllo.

Algebra

- Espressioni letterali: manipolazione e valutazione.
- Concetto di soluzione e di "insieme delle soluzioni" di un'equazione, di una disequazione, di un sistema di equazioni e/o disequazioni. Equazioni e disequazioni di primo e secondo grado. Sistemi lineari.

Per rispondere ai quesiti che coinvolgono gli argomenti di questo nucleo occorre operare con espressioni letterali e trasformarle opportunamente a seconda degli obiettivi. Occorre inoltre trasformare le equazioni date in modo da ottenere equazioni equivalenti che si possono risolvere più facilmente o dalle quali si possono comunque ottenere le informazioni che interessano sulle soluzioni. La medesima considerazione vale per disequazioni e sistemi. La conoscenza di semplici procedure e algoritmi è importante ma è molto importante riconoscere alcune semplici strutture che le espressioni possono avere, vederne le proprietà e di conseguenza scegliere una strategia di operazioni efficace. Ci si aspetta inoltre che uno studente sappia utilizzare l'algebra come strumento per rappresentare ed elaborare idee o informazioni, e così modellizzare e affrontare problemi in diversi contesti. In particolare, per rispondere ad alcuni tipi di quesiti occorre tradurre il problema e le informazioni che sono fornite dal testo in una equazione (o disequazione o sistema); occorre poi trasformare ed eventualmente risolvere l'equazione e infine occorre interpretare in termini del problema iniziale il significato delle operazioni algebriche che sono state fatte.

Geometria

- Principali figure nel piano e nello spazio (segmenti, rette, piani, angoli, triangoli, quadrilateri, circonferenze, parallelepipedi, prismi, piramidi, cilindri, coni, sfere): proprietà che le caratterizzano e loro rappresentazioni grafiche.
- Teorema di Pitagora.
- Proprietà dei triangoli simili.
- Linguaggio elementare delle trasformazioni geometriche (simmetrie, rotazioni, traslazioni, similitudini).
- Seno, coseno e tangente di un angolo, ottenuti come rapporti fra i lati di un triangolo rettangolo.
- Perimetro e area delle principali figure piane. Volume dei solidi elementari. Calcolo di area e volume per somma e differenza di figure.
- Coordinate cartesiane nel piano e descrizione di semplici sottoinsiemi del piano utilizzando le coordinate. Pendenza di un segmento ed equazione della retta. Equazioni di rette parallele e di rette perpendicolari a una retta data. Intersezione tra rette e rappresentazione delle soluzioni di un sistema di equazioni di primo grado.
- Distanza tra due punti ed equazione di una circonferenza di centro e raggio assegnati.

Per rispondere ai quesiti che coinvolgono gli argomenti di questo nucleo occorre comprendere e utilizzare descrizioni e rappresentazioni delle figure geometriche elementari e di loro semplici combinazioni, operare su queste opportune ragionate trasformazioni, decomposizioni e ricomposizioni. Per analizzare le proprietà di una certa configurazione geometrica è spesso utile

usare diverse rappresentazioni ed entrambi i punti di vista sintetico e analitico, e mettere insieme le informazioni che si riescono a ottenere grazie ai diversi approcci. Utilissime per guidare la rappresentazione e il ragionamento sono la visualizzazione mentale degli oggetti geometrici e la capacità di immaginare, guardando una figura, anche tratti che non sono esplicitamente disegnati e che però la completano e consentono di comprenderne il significato.

Funzioni e grafici

- Linguaggio e notazioni per le funzioni. Grafico di una funzione. Composizione di funzioni. Esistenza e unicità delle soluzioni di equazioni del tipo $f(x) = a$, funzioni invertibili e funzione inversa.
- Proprietà caratteristiche, grafico e comportamento delle seguenti famiglie di funzioni di una variabile reale: *funzioni potenza e funzioni radice; funzioni polinomiali* di primo e secondo grado; funzioni del tipo $x \mapsto 1/(ax+b)$ con a e b costanti assegnate; *funzione valore assoluto; funzioni esponenziali e funzioni logaritmo* in diverse basi; *funzione seno e funzione coseno*.
- Equazioni e disequazioni espresse mediante funzioni, ad esempio del tipo $f(x) = g(x)$, $f(x) > a$.

Per rispondere ai quesiti che coinvolgono gli argomenti di questo nucleo occorre mettere in relazione tra di loro le informazioni che si ricavano da diverse rappresentazioni di una stessa funzione; ad esempio, grazie alle informazioni che si possono leggere sul grafico di una funzione f , determinare le soluzioni di una disequazione del tipo $f(x) > 0$ oppure stabilire che il valore $f(x)$ non si può esprimere con una formula di un certo tipo dato. Occorre avere presente come varia il comportamento e come si modifica il grafico delle funzioni di una certa famiglia al variare dei parametri che le definiscono. Per rispondere ai quesiti e per collegare tra loro le proprietà delle diverse famiglie di funzioni elementari è molto utile visualizzare rapidamente il grafico delle funzioni $x \mapsto af(x)$, $x \mapsto f(x - a)$, $x \mapsto f(x) + g(x)$ a partire dal grafico delle funzioni $x \mapsto f(x)$ e $x \mapsto g(x)$. Infine è importante usare il linguaggio delle funzioni per esprimere relazioni tra le grandezze che descrivono un fenomeno naturale e le loro variazioni, in diversi contesti.

Combinatoria e probabilità

- Rappresentazione e conteggio di insiemi finiti.
- Eventi disgiunti. Eventi indipendenti. Probabilità dell'evento unione di eventi disgiunti. Probabilità dell'evento intersezione di eventi indipendenti.
- Descrizione degli eventi in semplici situazioni paradigmatiche: lancio di una moneta, lancio di un dado, estrazione da un'urna. Diagrammi ad albero.
- Probabilità condizionata.

Per contare gli elementi di un insieme occorre rappresentare in qualche modo opportuno gli elementi dell'insieme stesso e disporre di idonee strategie di elencazione sistematica e di conteggio.

Il calcolo della probabilità di un evento viene richiesto soltanto nel caso di fenomeni aleatori per i quali gli eventi possibili sono in numero finito. In tale situazione occorre trovare un'opportuna rappresentazione dell'insieme degli eventi e in questa rappresentazione occorre trovare un'opportuna descrizione e decomposizione dell'evento che interessa in termini di eventi più semplici dei quali si conosce la probabilità.

Medie e variabilità

- Variabili qualitative e quantitative (discrete e continue). Frequenza assoluta e relativa.
- Rappresentazioni di distribuzioni (tabelle, grafici a barre, diagrammi a torta, istogrammi,...). Media e mediana.

Per rispondere ai quesiti che coinvolgono gli argomenti di questo nucleo occorre che in situazioni semplici uno studente sappia leggere e interpretare e mettere in relazione tra loro diverse rappresentazioni di un insieme di dati, che si riferiscono a caratteri di una determinata popolazione, individuandone alcuni tratti essenziali.

Comprendere e rappresentare

Comprendere testi che usano, anche contestualmente, linguaggi e rappresentazioni di diversi tipi.

A seconda delle situazioni e degli obiettivi, utilizzare diverse rappresentazioni di uno stesso oggetto matematico.

Comprendere e utilizzare notazioni elementari del linguaggio degli insiemi e termini quali: *elemento, appartiene, sottoinsieme, unione, intersezione*.

Argomentare

In una certa situazione e date certe premesse, stabilire se un'affermazione è vera o falsa. Negare un'affermazione data. Comprendere e saper utilizzare termini e locuzioni quali: *per ogni, tutti, nessuno, alcuni, almeno uno, se... allora..., condizione necessaria, condizione sufficiente, condizione necessaria e sufficiente*.

Modellizzare, risolvere problemi

Formulare in termini matematici una situazione o un problema. Risolvere un problema, adottando semplici strategie, combinando diverse conoscenze e abilità, facendo deduzioni logiche e semplici calcoli.